

## Kolorit og mundtlighed

I læseplanen til mellemtrinnet under „Kommunikation og problemløsning“, står der:

*„Samtale om de faglige begreber og aktiviteter er centralt placeret i undervisningen. I fællesskab formulerer eleverne regler for de erfaringer og den indsigt, de har opnået.“<sup>1</sup>*

Der lægges således i den vejledende tekst op til, at samtalen er centralt placeret i undervisningen, og at eleverne i fællesskab skal formulere regler.

Derudover udgav Undervisningsministeriet i 2002 rapporten „Kompetencer og matematiklæring“<sup>2</sup>. Rapporten blev skrevet af en udvalgt gruppe forskere og didaktikere, der havde arbejdet med

- at karakterisere, hvad det vil sige at beherske matematik uden reference til et bestemt pensum,
- at beskrive udvikling og progression i matematikundervisning,
- at karakterisere forskellige niveauer af fagbeherskelse og
- at sammenligne forskellige matematiklæseplaner på tværs af uddannelsessektoren.

I rapporten beskrives otte kompetencer, hvoraf den ene er kommunikationskompetencen. Kommunikationskompetencen defineres som:

*„at kunne udtrykke sig om matematikholdige anliggender, skriftligt, mundtligt eller visuelt over for forskellige kategorier af modtagere.“<sup>3</sup>*

Vi deler denne opfattelse af, at samtale om erfaringer og metoder ift. matematik er et vigtigt element i enhver god matematikundervisning. I Kolorit lægges der derfor vægt på samtalen i undervisningen bl.a. gennem klasse-samtale på fællessiderne og elev-elev- og elev-lærer-samtale på gruppesiderne.

Ønsket om en betydelig vægtning af mundtlighed i matematikundervisningen begrundes bl.a. af læringsteoretikere, der arbejder ud fra en socialkonstruktivistisk tankegang. Disse teoretikere betragter på den ene side viden som noget, der konstrueres af hver elev. På den

anden side betragter de viden som et socialt produkt, dvs. som noget, der skabes mellem og af mennesker – fx i klassefællesskabet. På den ene side tænkes viden altså som noget personligt og på den anden side som noget socialt. Det er i klassen – igennem dialogen – at de to former for viden har mulighed for „at mødes“. De samtaler, der foregår i klassen, sigter ofte på viden i sin „sociale form“. En elevgruppe kan fx arbejde med at finde „ny“ viden – fx om hvordan arealet af en trekant kan beregnes. I gruppen bidrager hver elev ved at bringe sin personlige viden ind i samtalen, og samtalen kan samtidig give hver elev mulighed for at konstruere ny viden. Der er ingen garanti for, at hver elev skaber ny personlig viden, men dialogen åbner for muligheden.

Læreren rolle bliver i den forbindelse at tilrettelægge en undervisning med aktiviteter, hvor det på den måde er relevant at „forhandle viden“, og at guide eleverne i deres skabelse af både social og personlig viden.

Den socialkonstruktivistiske tankegang afspejles i „Fælles Mål“, når der i formålet for matematik stk. 2 står:

*„Undervisningen tilrettelægges, så eleverne opbygger matematisk viden og kunnen ud fra egne forudsætninger. Selvstændigt og i fællesskab skal eleverne erfare, at matematik både er et redskab til problemløsning og et kreativt fag. Undervisningen skal give eleverne mulighed for indlevelse og fremme deres fantasi og nysgerrighed.“<sup>4</sup>*

og dette uddybes, når der i undervisningsvejledningen står:

*„Hovedopgaven for læreren er at få skabt et undervisningsmiljø i klassen, hvor den enkelte elev føler sig medansvarlig for sin egen læring. Kun på den måde kan undervisningen og læringen foregå i et samspil. ... Dialogen med andre kan være af betydning for den enkelte elevs læring, men omvendt kan den viden og kunnen, som eleven opnår som en personlig erkendelse, bidrage til fællesskabet og til et fælles sprog.“<sup>5</sup>*

I Kolorit er der lagt fokus på samtalen i undervisningen ved at lave fælles- og gruppesider. På fællessiderne lægges der op til samtaler på klassen, bl.a. om nye begreber, mens der på gruppesiderne lægges op til, at eleverne indbyrdes eller i samspil med læreren snakker om bl.a. løsningsstrategier.

Et eksempel er i kapitlet „Hvor mange?“ s. 86, hvor eleverne opfordres til at diskutere forskellige måder at lave overslag på og efterfølgende på side 87 opfordres til at præsentere deres resultater for hinanden og forklare, hvilke metoder de har anvendt og hvorfor.

I det følgende beskrives en undervisningsmodel, der kan være et redskab for læreren til at tilrettelægge en samtale og styre en dialog på.

## En dialogisk undervisningsmodel

Helle Alrø gør i artiklen „En nysgerrigt undersøgende matematikundervisning“<sup>6</sup> rede for en måde at samtale på, som kan være et nyttigt redskab, når man som lærer vil skabe mulighed for, at den enkelte elev kan konstruere viden gennem samtale og dialog.

Kommunikationen mellem lærer og elever i undervisningen kan forløbe på flere måder.

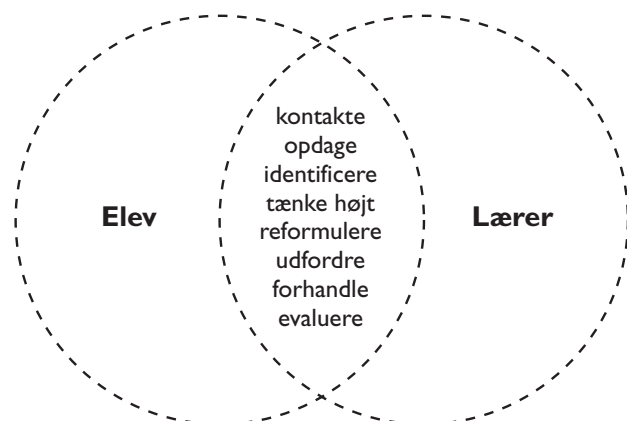
Kommunikationen kan forme sig som en kollektiv refleksion over et problem inden for et fagligt område/emne, hvor klassen sammen skaber overblik, stiller spørgsmål, afklarer begreber, skaber indsigt, formulerer sammenhænge osv. Men kommunikationen kan også have præg af „gæt hvad læreren tænker“, hvor elevernes fokus rettes mod at gætte svaret på lærerens spørgsmål.

Det er karakteristisk for „gæt, hvad læreren tænker“-samtalen, at den følger et mønster, hvor læreren kun stiller spørgsmål, som eleverne har redskaber til at svare på. Eleverne svarer derfor som forventet, og læreren evaluerer svarene.

Oftest ser man, at kun nogle få dygtige elever deltager i samtalen, mens resten sidder uden at deltage eller tænke med – samtalen bliver elitær, og de svageste er påhæng i en diskussion, de måske nok ønsker at deltage i, men har svært ved at følge med i.

Andre gange er der en risiko for, at samtalen ikke er fagligt udfordrende for alle, og at de dygtige elever melder sig ud af samtalen.

Den dialogiske undervisningsmodel<sup>7</sup> er en indgangsvinkel til en fælles samtale, hvor man flytter fokus fra kun at kigge på kvaliteten af det faglige indhold i undervisningen til i højere grad at kigge på kvaliteten af måden, der kommunikeres på. Man flytter fokus fra orden, der bliver sagt, til den måde samtalen føres på.



„Den dialogiske undervisningsmodel er udtryk for en cirkulær kommunikationsform, som tager udgangspunkt i det, eleverne bringer frem i lige så høj grad som i lærerens dagsorden. De spørgsmål, der stilles, har ikke et på forhånd givet svar. Læreren må være forberedt på det uforberedte og kunne spørge ud fra det. Det indebærer,

at læreren også kan være nysgerrig og undre sig. De kontrollerende spørgsmål afløses af de nysgerrige, kritiske og konstruktive spørgsmål.“<sup>8</sup>

De forskellige led i den dialogiske undervisningsmodel er præget af forskellige måder at tale på:

- 1 **Kontakte:** Lærer og elev(er) tænker med på hinandens ideer.
- 2 **Opdage** elevperspektivet: Læreren eller en anden elev spørger ind til, hvordan eleven tænker, fx om en konkret opgave. Hermed synliggøres elevens perspektiv. Læreren kan også *tænke højt*: „Skal det forstås sådan, at...?“, „Tænker du, at...?“, „Kunne man sige, at...?“ Eleven får nu mulighed for at *reformulere* lærerens udsagn. På den måde sikres det, at lærer og elev taler samme sprog, og eventuelle misforståelser kan udryddes.
- 3 **Identificere/afklare** perspektiver: Lære hinandens perspektiver at kende. Perspektiverne kan være sammenfaldende eller forskellige. Det er ikke afgørende, hvem der har ret.
- 4 **Udfordre:** Læreren eller en af eleverne stiller spørgsmål med henblik på at sætte en refleksionsproces i gang. Spørgsmålene kan være udfordrende, uddybende, provokerende osv.
- 5 **Forhandling af mening:** Hvilke perspektiver er brugbare? Kan forskellige perspektiver dække over de samme synspunkter, måske fra forskellige synsvinkler fx teoretiske og praktiske? Alt er selvfølgelig ikke lige godt, så der foregår også en sortering af perspektiver.
- 6 **Evaluerer:** Hvad har processen bibragt læreren og eleverne af overvejelser, erfaringer, regler og nytænkning?

## Samtalen i matematikundervisningen

Herunder følger et uddrag af en klassesamtale fra en undervisningstime i en 5. klasse:

Undervisningstimen/forløbet var inspireret af kapitlet „Areal“, fra „Kolorit – matematik for femte klasse“.

Forløbet havde på forhånd to sidestillede mål:

- At eleverne skulle **udvikle metoder** til at bestemme arealet af forskellige geometriske figurer.
- At eleverne fik „... mulighed for at tilegne sig grundlæggende **arbejdsmetoder** som problemformulering, undersøgelse og beskrivelse af regler“<sup>9</sup>.

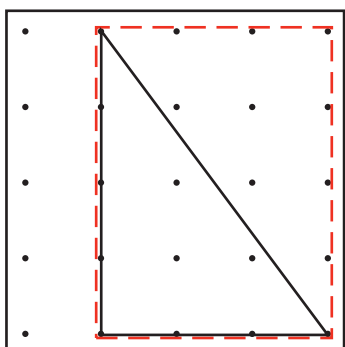
Rammen for undervisningen er, at eleverne sidder ved to-mandsborde, og hvert bord har et sømbræt, elastikker og sømbrætpapir til rådighed. Læreren har en OHP med mulighed for at vise sømbræt og sømbrætpapir.

Eleverne arbejder i dette forløb med at finde metoder til at bestemme arealet af forskellige figurer, i dag handler det om trekanter.

Forud for denne samtale har eleverne erfaret, at de kan finde arealet af en retvinklet trekant, hvor kateterne har heltallige sidelængder, ved at finde arealet af et rektangel, som er dobbelt så stort.

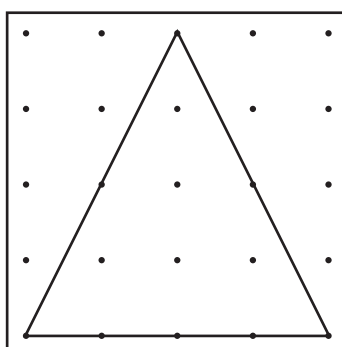
De har skrevet en regel på en planche:

*„Når man skal finde arealet af en retvinklet trekant, så ganger man de to sider i firkanten... så finder man ud af arealet af firkanten... og så tager man det halve.“*



Vi kommer ind i samtalen, hvor de begynder at tale om arealet af andre trekanter. For efterfølgende at kunne analysere samtalen, har vi nummereret linjerne.

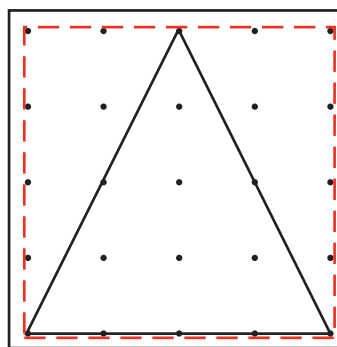
- 1 Lærer: „Nu skal vi til at finde arealet af andre trekanter.“
- 2 Jeg skal høre...(pause)... Hvis man fx har en trekant, som ser sådan ud...



Figur 1a

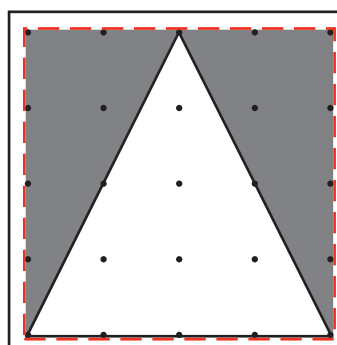
- 3 Hvordan kan man så finde arealet af trekanten?
- 4 Den er ikke retvinklet. Hvad skal vi kalde den her?\*
- 5 Viktoria: „Den er spidsvinklet.“
- 6 Lærer: „Hvad skal der til for, at den er spidsvinklet?\*
- 7 Viktoria: „Hvis man rejser den sådan op (viser 90° vinkel hånden) så skal de alle sammen (vinklerne) være mindre end den.“

- 8 Lærer: „Ja.“
- 9 Emil: „Det er en ligesidet trekant.“
- 10 Nej, den må være ligebenet.“
- 11 Lærer: „Hvad skal der til for, at den er ligebenet?\*
- 12 Emil: „Dem ude i siderne skal være lige lange.“
- 13 Cecilie: „Jeg vil bare gerne sige, hvordan, jeg tror, man kunne regne den ud.“
- 14 Lærer: „Ja, hvordan man kunne finde arealet!\*
- 15 Cecilie: „Må jeg komme op og vise det?\*
- 16 Lærer: „Ja, og I andre kigger lige, om I synes, det er en god måde.“
- 17 Cecilie: (Viser med hånden, hvad hun vil gøre). „Jeg ved det ikke,... man kunne tegne her...“ (Cecilie viser et kvadrat udenom figuren).
- 18 Lærer: „Det ser spændende ud. Det var også det, du gjorde, Gustav (refererer til tidligere i forløbet).“
- 19 (Cecilie tegner den røde stiplede linje på figur 1b).



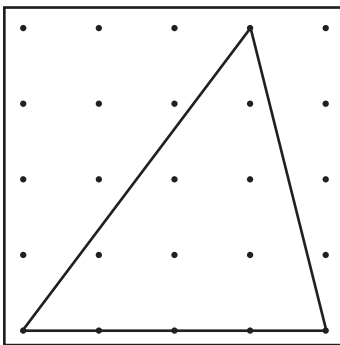
Figur 1b

- 20 Lærer (tænker højt): „Så man kunne tegne udenom for at finde arealet.“
- 21 Cecilie: „Øøøøh, så finder man ud af, hvor mange der er...“
- 22 Lærer: „Hvorhenne?\*
- 23 Cecilie: „I firkanten.“
- 24 Lærer: „I firkanten?\*
- 25 Cecilie: „Ja!\*
- 26 Lærer: „Og hvad gør du så?\*
- 27 (Cecilie tænker længe)
- 28 Det behøver ikke bare at være dig, som svarer.
- 29 (henvendt til klassen) Hvordan finder man så arealet af trekanten?\*
- 30 Gustav: „Jeg er ikke sikker,... men jeg tror... er de to trekanter uden på ikke det halve af hele boksen?\*



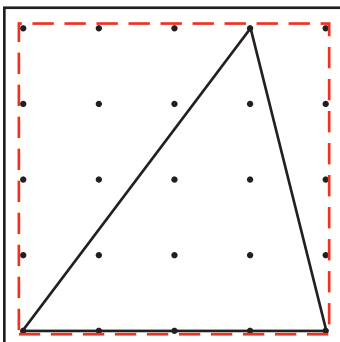
Figur 1c

- 31 (Lærer bliver grebet og tegner på lærredet, alle griner).
- 32 Lærer: „Du siger, at de to trekanter er det halve af hele boksen. Kan du ikke prøve at forklare det for os?“
- 33 Gustav: „Jeg er ikke sikker på, at det er rigtigt...“
- 34 Hvis det er rigtigt, er trekanten 8.“
- 35 Lærer: „Hvis det er rigtigt, er trekanten 8?“
- 36 (henvendt til klassen) Skal vi lige prøve at finde ud af, om det er rigtigt?“
- 37 Hvor meget er den her trekant (peger på en af de grå trekanter i figur 1c)?“
- 38 Gustav: „De er begge 4, og det hele er 16. Så må den være 8.“
- 39 Lærer: „Det ser da ud til at passe.“
- 40 Skal vi prøve med en anden figur?“
- 41 Gustav: „Det er bare det samme,... (pause)... at de to trekanter udenom er det halve af hele boksen.“
- 42 Maria: „Kan man gøre det sådan med alle trekanter?“
- 43 Lærer: „Det kan vi jo prøve at undersøge.“
- 44 Jeg tegner lige en anden trekant.



Figur 2a

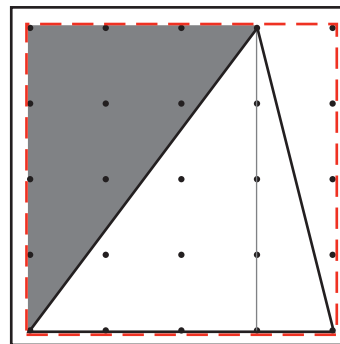
- 45 Hvad skal vi gøre?“
- 46 Aneelah: „Vi kan jo prøve... (pause)... at tegne udenom.“
- 47 Lærer: „Ja (tegner stiplede rød linje udenom figur 2b).“



Figur 2b

- 48 Ismail: „Den er skæv, den der.“
- 49 Lærer: „Det må være fordi, jeg ryster på hånden.“
- 50 Ismail: „Nej, nej, den ligger lidt ned.“
- 51 Lærer: „Nåååh trekanten! ... men ellers havde det jo været den samme som den her (peger på figur 1a).“

- 52 Ismail: „Nåååh ja!“
- 53 Lærer: „Sig det lige igen, Gustav.“
- 54 Gustav: „Det er det samme. Må jeg komme op og vise det?“
- 55 Maria: „Den er jo ikke ligesidet.“
- 56 Lærer: „Nej, det er den ikke, men det ku' jo godt være, at Gustav har fundet en regel for andre end ligesidede trekanter.“
- 57 Gustav: „Den der, den er 8... nej, den er 12. Og så skal man bare tage det halve... det er 6 (den grå trekant til venstre på figur 2c).“

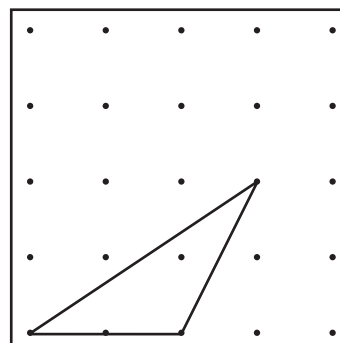


Figur 2c

- 58 Lærer: „Hvad er arealet af den lille trekant?“
- 59 Gustav: „Det er 4... og så det halve... det er 2. Så er det hele 8. Det passer.“
- 60 Sharjil: „Det forstår jeg ikke.“
- 61 (Gustav forklarer igen)
- 62 Sharjil: „Nåååh ja!“

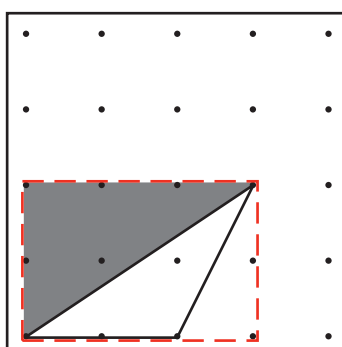
Herefter følger en samtale, hvor metoden afprøves på forskellige spidsvinklede trekanter...

- 63 Lærer: „Lad os prøve med den sidste, inden I selv skal arbejde.“
- 64 Hvad med den her (peger på figur 3a)?“



Figur 3a

- 65 Maria: „Man kan jo allerede nu se, at de ikke er lige store. At trekanterne ikke er lige så store som den rigtige trekant.“
- 66 Aneelah: „Prøv lige at se.“
- 67 Maria: „Selvom man laver en streg her (grå trekant)... så... er den halvdelen af hele figuren... så kan den ikke bruges.“



Figur 3b

- 68 Lærer: „Gustavs regel duer altså ikke på alle trekanter. Hvornår duer reglen, og hvornår duer den ikke?“  
 69 Asger: „Den duer ikke på alle stumpvinklede trekanter.“  
 70 Lærer: „På alle stumpvinklede trekanter.“  
 71 Hvad gør vi så for at finde arealet af den her trekant (peger på figur 3b)?“

Herefter følger en lang samtale, hvor forskellige metoder afprøves på lignende stumpvinklede trekanter.

Eleverne udvikler senere i forløbet en regel for, hvordan man kan finde arealet af alle trekanter, men denne samtale fører til, at eleverne udvikler en metode til at finde arealet af alle ikke stumpvinklede trekanter.

Begyndelsen af samtalen (linje 1-12) former sig som en „gæt, hvad læreren tænker“-samtale. Det er en udveksling af paratviden indenfor emnet spidsvinklede og lige-sidede/ligebenede trekanter.

Kontakten mellem lærer og elever opstår, da Cecilie kommer med et forslag til en metode til at finde arealet af trekanten (linje 17), og dette forslag knyttes med et perspektiv, der er blevet præsenteret forud for denne samtale (Gustavs linje 18). I linje 19-30 *opdages* forskellige elevperspektiver, og læreren *tænker højt*, indtil han konstaterer (linje 20). „Så man kunne tegne udenom for at finde arealet!“

Cecilie er tydeligvis usikker på, om det virker, men i linje 30 kommer Gustav med en *udfordring*: „Jeg er ikke sikker, ... men jeg tror ... er de to trekanter (grå trekanter) udenpå ikke det halve af hele boksen?“ Han stiller sig tvivlende og spørgende og kommer på den måde til at sætte en refleksionsproces i gang. Samtidig har han fundet ud af, at „Hvis det er rigtigt, er trekanten 8.“ Han åbner en mulighed for at evaluere, om metoden kan anvendes på denne trekant.

Resten af samtalen former sig som en blanding af *forhandling af mening og evaluering*.

Fx linje 40-63: „Kan man gøre det sådan med alle trekanter?“

I linje 63-68 *udfordrer* læreren igen eleverne ved bedt at vælge en trekant, hvor metoden ikke kan anvendes. Spørgsmålet fungerer dog samtidig som en form for *evaluering* af forløbet, idet det bruges til at afprøve rækkevidden af metoden.

I evalueringsfasen (linje 69→) giver Asger et bud på rækkevidden af metoden. Asger: „Den duer ikke på alle stumpvinklede trekanter.“

Klassen udvikler således i fællesskab en regel til at finde arealet af trekanter, som ikke er stumpvinklede.

Den dialog, som er gengivet, er et godt eksempel på, hvordan en undervisning kan flytte sig fra „gæt, hvad læreren tænker“ til en frugtbar, men også mere „risikofyldt“ samtale. „Risikofyldt“ i den forstand at læreren ikke altid har mulighed for at forberede, hvor samtalen fører hen, og at læreren og eleverne ikke ved, om de konklusioner, de når frem til, er brugbare i en bredere sammenhæng – i denne situation om de fx kan danne grundlag for generaliseringer om arealet af alle trekanter. Frugtbar, fordi mange elever deltager aktivt i dialogen og hele vejen igennem stiller spørgsmål og er nysgerrige på de andre elevers og lærerens perspektiv. Generelt er det vores erfaring, at eleverne også bliver mere aktive i undervisningen ved at nærme sig en mere dialogisk samtaleform.

Det er vores opfattelse, at modellen kan ses som et konstruktivt redskab til skabelsen af et læringsmiljø, hvor dialog er et bærende element. Det er ikke nødvendigvis i enhver klassesamtale, at alle modellens begreber berøres – men modellens begreber kan ofte fungere som pejlemærker for læreren, der, efter vores opfattelse, spiller en afgørende rolle i et sådant læringsmiljø. Det er vores erfaring, at den måde, læreren agerer på i samtalen, ofte efterlignes af eleverne i deres indbyrdes samtaler og på den måde påvirker hele deres tilgang til – og opfattelse af – matematik og matematikundervisning. Det er også vores erfaring, at denne tilgang til matematik som en skabende aktivitet virker inspirerende og motiverende på mange elever.

#### Noter

- 1 Fælles Mål – Faghæfte 12 – Matematik, Undervisningsministeriet 2003, s. 52.
- 2 Niss, Mogens m fl.: Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark, Undervisningsministeriet 2002.
- 3 Niss, Mogens m fl.: Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark, Undervisningsministeriet 2002, s. 219.
- 4 Fælles Mål – Faghæfte 12 – Matematik, Undervisningsministeriet 2003, s. 11.
- 5 Fælles Mål – Faghæfte 12 – Matematik, Undervisningsministeriet 2003, s. 70.
- 6 Alrø, Helle: En nysgerrigt undersøgende matematikundervisning, Matematik der vil noget, Forlaget matematik 1998.
- 7 Alrø, Helle: En nysgerrigt undersøgende matematikundervisning, Matematik der vil noget, Forlaget matematik 1998, s. 94.
- 8 Alrø, Helle: En nysgerrigt undersøgende matematikundervisning, Matematik der vil noget, Forlaget matematik 1998, s. 96.
- 9 Fælles Mål – Faghæfte 12 – Matematik, Undervisningsministeriet 2003, s. 52.